
Übungsblatt 6

Abgabe: 23.05.2017

Aufgabe 1 Knotenüberdeckung (3 Pkte.)

Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$. Eine Menge $W \subseteq V$ ist eine Knotenüberdeckung, falls jede Kante $e \in E$ zu mindestens einem Knoten $w \in W$ inzident ist. Stelle ein ILP auf, um eine Knotenüberdeckung mit minimaler Größe zu finden.

Hinweis: Verwende die Variablen x_v für $v \in V$.

Aufgabe 2 Bland's Regel (6 Pkte.)

Betrachte das LP der Form $\min\{c^T x \mid Ax = b, x \geq 0\}$. Benutze den Zwei-Phasen Simplex mit Bland's Regel in Tableauform, um das folgende Probleme zu lösen.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Gib die optimale Basislösung mit ihrem Zielfunktionswert an.

Aufgabe 3 Groß- M -Methode (6 Pkte.)

Eine weitere Möglichkeit, jedes LP in endlicher Zeit mit Hilfe der Simplexmethode zu lösen, ist die sogenannte Groß- M -Methode. Dabei wird Phase I direkt mit Phase II kombiniert und hohe Strafkosten (M) für die künstlichen Variablen eingeführt werden. Dies geschieht, indem das ursprüngliche LP

$$\begin{array}{ll} \text{(LP)} & \min \quad \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ & \text{s.t.} \quad Ax = b \\ & \quad \quad x \geq 0 \end{array}$$

zu

$$\begin{array}{ll} \text{(LP')} & \min \quad \sum_{i=1}^n c_i x_i + M \sum_{j=1}^m y_j \\ & \text{s.t.} \quad Ax + \quad \quad y = b \\ & \quad \quad x, \quad \quad y \geq 0 \end{array}$$

umgeformt wird.

Nach geeigneter Umformung gilt $b \geq 0$ und das Verfahren kann mit $x = 0$ und $y = b$ gestartet werden. Wenn (LP) zulässig ist und M ausreichend groß gewählt wird, werden alle künstlichen Variablen vom Simplex-Algorithmus auf 0 gesetzt.

Betrachte noch einmal das Problem aus der vorherigen Aufgabe und führe den Simplexalgorithmus in Tableauform mit Hilfe der Groß- M -Methode durch, wobei M als Parameter mitgeführt werden soll.

Aufgabe 4 Simplex-Tableau mit Parametern (5 + 2 Pkte.)

Nimm an, dass wir nach einigen Schritten der Simplex-Methode an folgendem Tableau angekommen sind

-10	δ	2	0	0	0
4	-1	η	1	0	0
1	α	-4	0	1	0
β	γ	3	0	0	1

,

wobei x_3, x_4 und x_5 die aktuellen Basisvariablen sind. Die Parameter $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ und η sind unbekannt. Wähle sie geeignet, so dass die jeweilige Aussage zutrifft.

- (a) Die aktuelle Lösung ist optimal und die einzige. (2 Pkte.)
- (b) Das LP ist unbeschränkt. (1,5 Pkte.)
- (c) Die aktuelle Lösung ist zulässig, aber nicht optimal. (1,5 Pkte.)
- (d) Die aktuelle Lösung ist optimal und es gibt mehrere. (+1 Pkt.)
- (e) Die aktuelle Lösung ist nicht zulässig. (+1 Pkt.)